Nerušené usazování kulových a nekulových částic

Úvod:

Měřením rychlostí nerušeného usazování ověřujeme platnost rovnic pro výpočet usazovacích rychlostí částic různé velikosti a tvaru nebo naopak rovnic pro výpočet velikosti částic, které se mají usazovat danou rychlostí. Základem výpočtů jsou výpočty nerušeného usazování kulových částic. Výpočty usazování částic jiného tvaru je třeba korigovat tzv. *sféricitami.* Pro urychlení zpracování výsledků měření používáme tabulky příslušných rovnic. O oblasti usazování (laminární, přechodové nebo turbulentní) rozhodujeme podle číselné hodnoty kriterií Archimedova - Ar, Ljaščenkova - Ly a Reynoldsova – Re uvedených rovněž v tabulce:

Tabulka pro výpočet usazovací rychlosti v, průměru částic $d_č$ a součinitele odporu ξ pro nerušené usazování kulových částic o hustotě $\rho_č$ v tekutině o hustotě ρ_f a dynamické viskozitě η v gravitačním poli o zrychlení a (gravitačním - g nebo odstředivém - $\omega^2 r$).

symbol	laminární (Stokes)	přechodová (Allen)	turbulentní (Newton)
Re	$\leq 0{,}2$	$\langle 0{,}2; 5\cdot 10^2 \rangle$	$\langle 5\cdot 10^2; 1{,}5\cdot 10^5 \rangle$
Ar	$\leq 3{,}6$	$\langle 3{,}6; 8{,}33\cdot 10^4 \rangle$	$\langle 8{,}33\cdot 10^4; 7{,}4\cdot 10^9 \rangle$
Ly	$\leq 2{,}22\cdot 10^{-3}$	$\langle 2{,}22\cdot 10^{-3}; 1{,}5\cdot 10^3 \rangle$	$\langle 1{,}5\cdot 10^3; 4{,}5\cdot 10^5 \rangle$
ξ	$\frac{24}{\text{Re}}$	$\frac{18{,}5}{\text{Re}^{0{,}6}}$	$0{,}44$
v	$\frac{d_č^2 (\rho_č - \rho_f) a}{18\,\eta}$	$\frac{0{,}153\left[(\rho_č - \rho_f)\,a\right]^{0{,}714} d_č^{1{,}143}}{\eta^{0{,}430}\,\rho_f^{0{,}286}}$	$1{,}74\left[\frac{d_č (\rho_č - \rho_f) a}{\rho_f}\right]^{0{,}5}$
d	$\left[\frac{18\,\eta\,v}{(\rho_č - \rho_f)\,a}\right]^{0{,}5}$	$5{,}175\frac{\eta^{0{,}375}\,\rho_f^{0{,}250}\,v^{0{,}875}}{\left[(\rho_č - \rho_f)\,a\right]^{0{,}625}}$	$0{,}330\,\frac{\rho_f v^2}{(\rho_č - \rho_f)\,a}$

$$Ar = \frac{a\,d_č^3 (\rho_č - \rho_f)\rho_f}{\eta^2},\quad Ly = \frac{v^3\,\rho_f^2}{a\,\eta\,(\rho_č - \rho_f)},\quad \text{Re} = \frac{d_č\,v\,\rho_f}{\eta},\quad Ar\cdot Ly = \text{Re}^3$$

Poznámka:

Usazování v turbulentní oblasti má omezený význam, protože se částice usazují velmi rychle.

Úkol:

1) Ze změřené dráhy a změřeného času vypočítat rychlosti usazování
   a) kulových částic,
   b) nekulových izometrických částic (geometricky pravidelných),
   c) nekulových neizometrických (geometricky nepravidelných).
2) Vypočítat ekvivalentní průměry nekulových částic.

3) Vypočítat geometrickou a dynamickou sféricitu a dynamický tvarový faktor všech částic.

Teoretický úvod, sestava aparatury a postup při měření a výpočtech:

Podle výsledků měření usazovacích rychlostí můžeme vypočítat

a) u kulových částic:

- *součinitel odporu* ξ z rovnováhy sil gravitační, vztlakové a odporu prostředí podle vzorce pro výpočet usazovací rychlosti v částice o průměru $d_č$ a hustotě $\rho_č$ v tekutém prostředí o hustotě ρ_f

$$v^2 = \frac{4}{3} d_č \, g \, \frac{\rho_č - \rho_f}{\xi \rho_f} \qquad \text{(R-1)}$$

nebo ze známé hodnoty Re podle usazovací tabulky (součinitel odporu ξ je funkcí Reynoldsova čísla),

- *délku dráhy potřebnou k dosažení konstantní usazovací rychlosti:*

Délka usazovací dráhy se změří měřicí latí od horní rysky na usazovací trubici nahoře po horní rysku dole, pak od střední rysky nahoře po střední rysku dole a nakonec od spodní rysky nahoře po spodní rysku dole a doba proběhnutí usazované kuličky mezi dotyčnými ryskami stopkami. Měří se vždy s kuličkami stejného průměru a ze stejného materiálu. Délka dráhy potřebná k dosažení konstantní usazovací rychlosti je zaručena sloupcem roztoku glycerolu o výšce 5 cm nad nejhořejší ryskou horní části usazovací trubice, ve kterém se volně vhozená kulička zbrzdí. Dosažení konstantní usazovací rychlosti ověříme měřením dob proběhnutí usazované kuličky mezi korespondujícími ryskami na usazovací trubici. Jsou-li doby proběhnutí shodné, byla dokázána konstantní usazovací rychlost (zpravidla již před proběhnutím částice nejhořejší ryskou),

- *ekvivalentní průměr* d_{ekv} *, geometrickou sféricitu* ψ_A *, dynamickou sféricitu* ψ_d a *dynamický tvarový faktor* ψ_{df} tímto postupem:

a) u kulových částic

- změříme průměr částice $d_č$,

- stanovíme hustoty $\rho_č$ a ρ_f ,

- v tabulkách vyhledáme hodnotu dynamické viskozity η pro vodný roztok glycerolu o koncentraci zjištěné refraktometricky nebo ji změříme viskozimetrem,

- změříme délku l dráhy usazování a dobu usazování τ ,

- vypočteme rychlost usazování koule v_k ,

- podle usazovací tabulky určíme oblast usazování na základě hodnot kriterií Ar a Re,

- podle téže tabulky vypočteme hodnotu součinitele odporu ξ ,

- hodnotu téhož součinitele vypočteme ze shora uvedené rovnice (R-1),

- pro zajímavost vypočteme též *dynamickou sféricitu* ψ_d a *dynamický tvarový faktor* ψ_{df} podle níže uvedených rov.(R-4) a (R-5),

- probíhá-li nerušené usazování kulových částic ze stejného materiálu ve stejné oblasti, můžeme závislost usazovací rychlosti na průměru částic linearizovat a vyjádřit graficky v souřadných systémech podle rovnic:

pro laminární oblast $v_l = k_l \, d_{č}^2$, pro přechodovou $v_p = k_p \, d_{č}^{1{,}143}$ a turbulentní $v_t = k_t \, d_{č}^{0{,}5}$ nebo obecně $\ln v = a\, d_{č} + b$,

b) u nekulových izometrických částic

- změříme rozměry,
- ze změřených rozměrů vypočteme objem nekulové částice V_n,
- z objemu V_n vypočteme ekvivalentní průměr d_{ekv} koule stejného objemu podle vzorce

$$d_{ekv} = \left(\frac{6V_n}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \qquad \text{(R-2)}$$

např. pro krychli

$$d_{ekv} = \left(\frac{6a^3}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}} = 1{,}24\ a \ ,$$

- vypočteme *geometrickou sféricitu* ψ_A podle vzorce

$$\psi_A = \frac{A_k}{A_n} = \frac{\pi\, d_{ekv}^2}{A_n} \qquad \text{(R-3)}$$

kde A_k je povrch ekvivalentní kulové částice, A_n povrch nekulové částice, např.pro krychli

$$\psi_A = \frac{\pi (1{,}24\ a)^2}{6a^2} = 0{,}806 \ ,$$

- vypočteme *dynamickou sféricitu* ψ_d podle skutečné (efektivní) usazovací rychlosti v_{ef}. Skutečnou usazovací rychlost v_{ef} vypočteme ze změřené dráhy s mezi příslušnými ryskami usazovací trubice a času τ, za který částice dráhou s proběhne:

$$v_{ef} = \frac{s}{\tau}$$

Z ní určíme podle hodnoty Ljaščenkova kriteria Ly oblast usazování a podle usazovací tabulky vypočteme efektivní průměr částice d_{ef}, která by se usazovala stejnou rychlostí. Efektivní průměr dosadíme do příslušné rovnice pro výpočet dynamické sféricity

pro laminární oblast $\psi_{d,l} = \left(\dfrac{d_{ef}}{d_{ekv}} \right)^2$

pro přechodovou $\psi_{d,p} = \left(\dfrac{d_{ef}}{d_{ekv}} \right)^{1{,}143}$

pro turbulentní $\psi_{d,t} = \left(\dfrac{d_{ef}}{d_{ekv}} \right)^{0{,}5}$ (R-4)

- vypočteme *dynamický tvarový faktor* ψ_{df} podle rovnice

$$\psi_{df} = \left(\frac{\mathrm{Ly_n}}{\mathrm{Ly_k}} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{v_n}{v_k} \qquad \text{(R-5)}$$

Usazovací rychlost v_n nekulové částice vypočteme ze změřené délky s usazovací dráhy a doby usazování τ . Usazovací rychlost v_k ekvivalentní koule o průměru d_{ekv} vypočteme podle usazovací tabulky. Nejprve vypočteme hodnotu Archimedova kriteria pro $d_{ekv.}$, určíme oblast usazování a podle vzorce pro výpočet usazovací rychlosti v_k ekvivalentní koule ji vypočteme a dosadíme do rov. (R-5).

c) u nekulových neizometrických částic

- nelze vypočítat *geometrickou sféricitu*
- vypočteme *dynamickou sféricitu* podobně jako u izometrických částic. Objem částice V pro výpočet ekvivalentního průměru d_{ekv} ale vypočteme z hmotnosti částice $m_č$ a její hustoty $\rho_č$

$$d_{ekv} = \left(\frac{6\, m_č}{\pi\, \rho_č} \right)^{\frac{1}{3}} \qquad \text{(R-6)}$$

Hustotu částic nalezneme buď v tabulkách nebo ji stanovíme jednoduchým způsobem popsaným v úloze *Mletí*. Podle rov. (R-6) můžeme vypočítat i ekvivalentní průměr izometrických částic.

- vypočteme *dynamický tvarový faktor* podle rov. (R-5) postupem u ní uvedeným.

Vyhodnocení výsledků měření:

Změřené a vypočtené údaje zapíšeme do tabulky

č.měř.	1	2	3								
částice tvar	koule 1	koule 2		krychle			válec		obl. 1	obl. 2	
m/g											
τ/s											
ρ/											
kg m^{-3}											
$V_č$/ 10^a m^3											
v/ m s^{-1}											
v_t / m s^{-1}											
oblast											
ξ / 1											
ψ_A / 1											
ψ_d / 1											
ψ_{df} / 1											

Diskuse výsledků:

Výsledky měření stručně a výstižně zhodnotíme a pokusíme se vysvětlit případné rozpory mezi teoretickými předpoklady a praktickými výsledky.

Kontrolní otázky:

1) Vyjmenujte síly, které se uplatňují při usazování částic. Která z nich se mění závisle na rychlosti usazující se částice? Vyjádřete podmínku dosažení konstantní usazovací rychlosti a vypočtěte podle ní obecnou rovnici usazovací rychlosti, víte-li, že síla odporu F_o usazující se částice se vypočte podle rovnice $F_o = \xi\, S\, \rho_f\, v^2 / 2$, kde S je průřez kulové částice o průměru $d_č$.

2) Jak zjistíte délku dráhy potřebnou k dosažení konstantní rychlosti nerušeného usazování?

3) Odvoďte výraz pro výpočet ekvivalentního průměru izometrických částic tvaru krychle, krychlové bipyramidy (dvojjehlanu spojeného čtvercovými podstavami s délkou úhlopříček rovnou výšce dvojjehlanu) a válce a neizometrických částic o hmotnosti m a hustotě $\rho_č$.

4) Odvoďte výrazy pro výpočty geometrických sféricit izometrických částic uvedených bodě 3).

5) Odvoďte výrazy pro výpočty dynamických sféricit částic uvedených v bodě 3).

6) Odvoďte výrazy pro výpočty dynamických tvarových faktorů částic uvedených v bodě 3).

7) Uveďte postup při výpočtu efektivního průměru a efektivní rychlosti usazování nekulových částic.

8) Jak vypočtete hodnotu součinitele odporu a) podle usazovací tabulky, b) z rovnice (R-1)?

9) Uveďte postup při výpočtu usazovací rychlosti nekulové částice o vypočteném ekvivalentním průměru.